

Uma proposta de tridimensionalidade aos pontos de distorção no contexto da teoria do domínio sonoro

André Codeço dos Santos
UFRJ - andrecodeco@gmail.com

Resumo: O presente artigo tem por objetivo revelar uma possibilidade de modelagem matemática que empregue a tridimensionalidade aos *pontos de distorção*. Tal conceito integra uma série de modelos matemáticos analíticos que, juntos, corporificam a Teoria do Domínio Sonoro (CODEÇO, 2019) em sua frente analítica. Desde que foi formulada, tal teoria não apresentou arcabouços matemáticos a fim de conferir tridimensionalidade dos pontos de distorção. Através do cruzamento de dados já previstos pela teoria e construções geométricas específicas, foi possível apresentar uma proposta de resolução para a questão.

Palavras-chave: Teoria do domínio sonoro. Pontos de distorção. Análise musical. Música e matemática.

Abstract: This article aims to reveal a possibility of mathematical modeling that employs three-dimensionality to the *points of distortion*. This concept integrates a series of analytical mathematical models that, together, embody the Sonic Domain Theory (CODEÇO, 2019) in its analytical front. Since it was formulated, the theory has not presented mathematical frameworks in order to provide three-dimensionality of the points of distortion. Through crossing data already foreseen by the theory and specific geometric constructions, it was possible to present a proposal for a resolution to that question.

Keywords: Sonic domain theory. Points of distortion. Musical Analysis. Mathematics and music.

1. Introdução e conceitos preliminares

A Teoria do Domínio Sonoro (CODEÇO, 2019) (doravante TDS) é um recém estruturado campo de pesquisa ligado tanto a análise quanto a composição musical, e que é formalizado a partir diversos mecanismos analíticos matematicamente modelados, bem como a partir da concepção de Smolin (2013) acerca do tempo. No que diz respeito ao presente artigo, faremos uso de um gráfico específico da TDS chamado *interação linear* e dos conceitos de PEC (potencial expressivo compositivo) e perturbação do espaço sonoro.

No âmbito da TDS, o PEC¹ é um material musical constituído a partir da confluência de três parâmetros: altura, duração e dinâmica. Cada parâmetro é registrado no formato vetorial estipulando-se que: as alturas são simbolizadas pelos elementos $p_1, p_2, p_3 \dots p_n$; as durações pelos elementos $t_1, t_2, t_3 \dots t_n$, e; as dinâmicas são representadas pelos elementos $d_1, d_2, d_3 \dots d_n$ ². Ao agrupar os parâmetros, uma matriz $A_3 \times n$ é revelada.

¹ O termo PEC é proposto, originalmente, por HALAC (2013). Na estruturação da TDS (CODEÇO, 2019) o termo é ampliado e definido conceitualmente e matematicamente. A esta última qualidade, quer se dizer que o PEC é notado matricialmente.

² Onde p é a abreviação para *pitch*, t é a abreviação para *time* e d é a abreviação para *dynamics*.

$$A = \begin{bmatrix} p \\ t \\ d \end{bmatrix} = \text{PEC} \text{ ou } A^t = [p \ t \ d] = \text{PEC}$$

Cada elemento é alocado em uma linha da matriz e as colunas revelam os vetores que formam a matriz PEC (Figura 1).

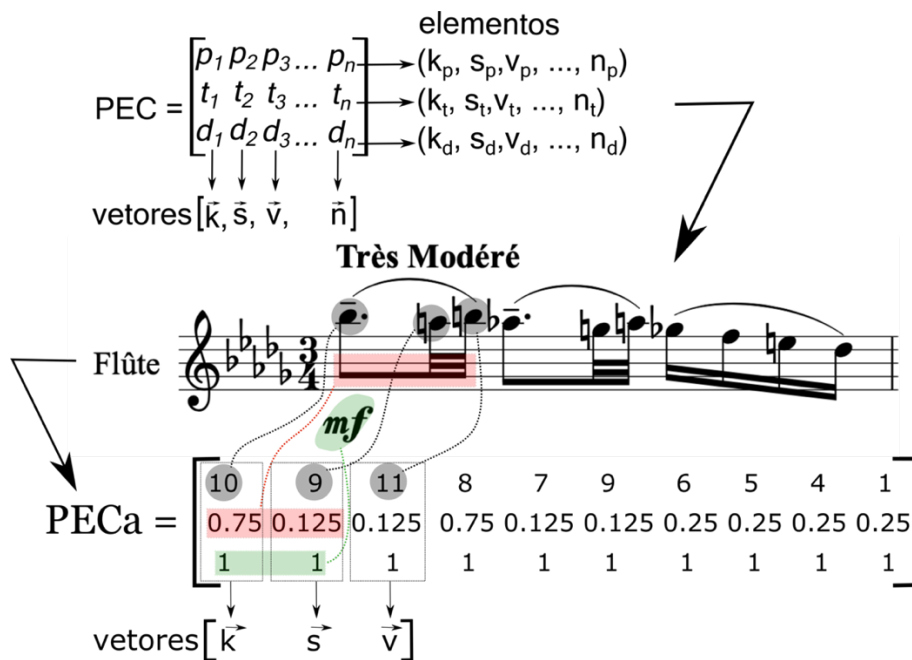


Figura 1: Trecho de *Syrinx*, de Debussy, descrito como PECa. Acima, a descrição matricial do PEC. Na sequência, as notas dentro dos círculos pretos são representadas como classes de altura, as durações dentro do retângulo rosa são representadas por relações de equivalência e, por fim, a dinâmica, na elipse verde, é representada por relação de equivalência. Os retângulos pontilhados revelam os vetores $\vec{k}, \vec{s}, \vec{v}$.

A componente altura se baseia na consagrada notação com inteiros (FORTE, 1973) e a notação da componente temporal é dada em segundos, ou seja, a quantidade de tempo gasta em cada evento tendo o segundo (s) como unidade de medição. Já a componente dinâmica é descrita a partir de uma tabela específica³. Em relação ao conceito de perturbação, dizemos toda realização musical é constituída por

³ No âmbito da TDS, é considerado o *p-space* (MORRIS, 1987) no que diz respeito a componente altura. No caso da componente temporal, adota-se que a unidade tempo do trecho em questão valerá 1 segundo e daí afluem todas as proporções. Já em relação a componente dinâmica, foi criada uma tabela específica. Para ter acesso a esta tabela e mais informações a respeito dos fundamentos da notação matricial do PEC, ver Codeço, 2019.

perturbações ou pela falta delas, porque, na verdade, são realizações que estão operando em tempo bem definido, real e subjugado ao espaço musical⁴.

Nesse sentido, as perturbações representam as variações temporais do espaço metrificado pelos eventos, ou seja, de forma mais clara e resumida, as perturbações são mudanças de velocidade entre os PECs envolvidos. Portanto, a quantidade de perturbação sofrida pela superfície está ligada à dissemelhança das temporalidades dos PECs (Figura 2).

Figura 2: Exemplo de graus de perturbação considerando apenas durações. No excerto de baixo, o Prelúdio II, de Bach, como exemplo de superfície pouco perturbada por conta da semelhança entre as durações. No excerto da direita, *Op. 11*, de Webern, com maior grau de perturbação por conta da dissemelhança entre as durações.

A perturbação é um conceito que está ligado diretamente ao tempo, ou melhor, à variação do espaço em função do tempo. Assim, o que a perturbação revela, em primeira instância, é o quanto a espacialidade de um dado parâmetro variou em função do tempo quando comparado com outro evento. Os níveis de perturbação, portanto, revelam o quão similar uma porção da superfície é em relação a outra.

Nesse sentido, a interação linear é uma realização gráfica que visa expor, separadamente, os índices de perturbação de cada componente natural ao PEC. A Figura 3 mostra a extração do componente temporal de um trecho de *Syrinx*, de Debussy, evidenciando as mudanças em cada configuração rítmica. A cada mudança

⁴ Em outras palavras, é que quer dizer XENAKIS (1990) com o conceito *dentro do tempo*, isto é, eventos ordenados no tempo e com relação de causalidade.

de configuração rítmica, há uma mudança nas retas. A essas mudanças damos o nome de índice de perturbação. Os índices de perturbação nada mais são do que o exato instante onde ocorreu uma mudança rítmica ou, em termos matemáticos, onde ocorre uma variação de velocidade (isto é, a razão entre espaço percorrido e tempo utilizado).

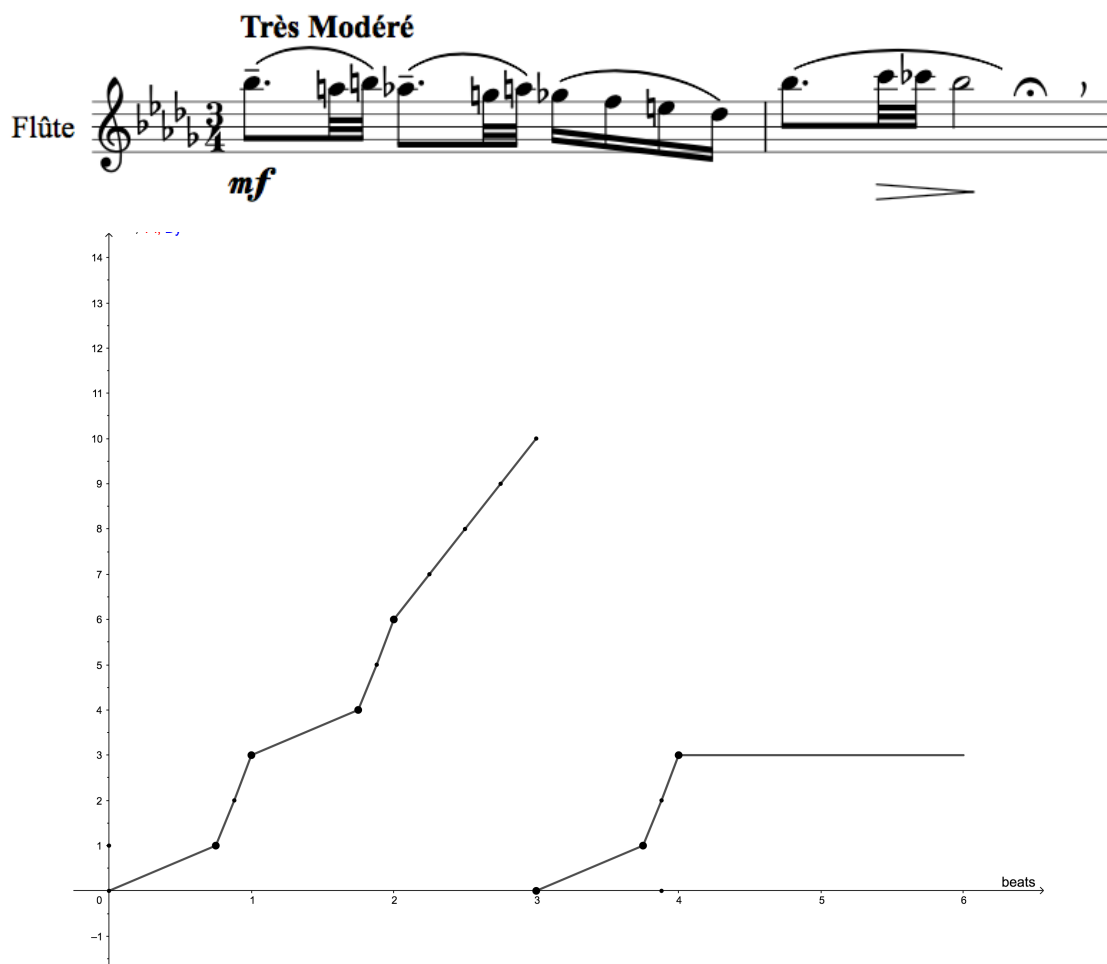


Figura 3: Gráfico Interação Linear apresentando o componente temporal nos primeiros 2 compassos de *Syrinx*, de Debussy. Existem 7 índices de perturbação expostos e não há pausas. Concepção original do presente autor

2. Pontos de distorção (densidade dinâmica)

A *densidade dinâmica* é um valor numérico, obtido através de um modelo matemático (no âmbito da TDS, um dos modelos matemáticos subsidiários) e decorre da leitura vertical dos eventos, relacionando as alturas e dinâmicas envolvidas. Isto é, são os pontos no tempo onde ocorrem superposição de alturas (acordes, massas sonoras). Nesse modelo específico, a verticalidade representa o congelamento do fluxo temporal levando em conta o produto das relações entre alturas e dinâmicas.

Para viabilizar o modelo matemático, atribuímos às alturas qualidades de massa e volume. A *massa sonora* (no contexto da TDS) ou a densidade número (Berry, 1976), está relacionada com “o aspecto quantitativo [da textura e] diz respeito à quantidade de componentes soando simultaneamente ou sobrepostos” (Alves, 2015, p. 2). Isto é, a massa sonora é a densidade-número descrita por Berry (1976) que, por sua vez, “é simplesmente o número absoluto de componentes sonoros presentes na trama em um determinado momento”, pontua Pauxy Gentil-Nunes (2009, p. 18). No caso desse modelo matemático, a nomenclatura adotada à massa sonora será densidade número (d_n) relacionando a quantidade de notas como unidade de medida.

Comumente, a grandeza escalar “volume” está associada a unidade metro e é exposta em três dimensões. No âmbito da TDS, essa grandeza é entendida como *volume sonoro* e a ela é atribuída a nomenclatura âmbito intervalar⁵ (a_i), relacionando intervalos de semitom como unidade de medida unidimensional. Ou seja, o âmbito intervalar (o volume sonoro) representa o número de semitons compreendidos no intervalo.

Em Física, a razão entre massa e volume quantifica a densidade de dado um corpo. Partimos dessa relação para propor o que chamamos de densidade dinâmica. Em música, a razão d_n/a_i ⁶, ou seja, a razão entre o que chamamos de massa sonora e volume sonoro, consiste no que Berry (1976) conceituou como densidade-compressão⁷, ou seja, é a razão entre a densidade-número e o âmbito intervalar, que é a distância, em semitons, da nota mais grave para a nota mais aguda. Essa relação, segundo Berry, revela o aspecto qualitativo [da textura que] é constituído pelas interações, inter-relações, projeções relativas e conteúdo das linhas componentes ou outros fatores sonoros, como, por exemplo, o modo de produção sonora.

Para além da discussão sobre os aspectos qualitativos e quantitativos da textura, o conceito de densidade dinâmica está mais conectado com a deformação que

⁵ Termo cunhado por Wallace Berry (1976) e amplamente aceito na comunidade científica.

⁶ Podemos apresentar razão d_n/a_i como m_s/v_s , uma vez que m_s = massa sonora = d_n e v_s = volume sonoro = a_i . A razão d_n/a_i é uma forma mais aceitável de apresentar a razão m_s/v_s por utilizar nomenclaturas consagradas no ambiente acadêmico musical. Ambas representam a mesma informação, no entanto, m_s/v_s é mais genérico à outras áreas.

⁷ Existem diversos diálogos com a proposta de Berry (1976) acerca da textura. Nosso intuito na atual fase da presente pesquisa, não é a discussão sobre textura em si, apesar de ser uma das naturais consequências de toda proposta teórica aqui revela. Ainda assim, deixamos os seguintes trabalhos em português como referência na discussão sobre textural musical envolvendo a abordagem de Berry: Gentil-Nunes (2009), Guigue (2011), Oliveira (1998), Santos (2012) e Lucas (1995).

ocorre na superfície do espaço do que com a descrição das próprias relações texturais⁸. Se as realizações musicais que se dão na superfície produzem textura, algumas dessas configurações texturais podem distorcer a superfície a partir da razão entre massa e volume, ou seja, a partir da razão entre densidade número e âmbito intervalar (ou, pela densidade compressão). Pois o termo “densidade”, empregado por Berry, está ligado ao campo da Física e, comumente, a razão entre massa e volume, a própria densidade, está ligada a distorção ou dilatação⁹.

Contudo, além da densidade número e do âmbito intervalar, elencamos a *dinâmica* como fator preponderante na distorção da superfície. Pois, se dois trechos musicais, com a mesma quantidade de notas (a mesma densidade número) a mesma quantidade de semitons e, portanto, o mesmo valor para razão d_n/a_i (a mesma densidade compressão), são executados com amplitudes (ou dinâmicas diferentes), a força produzida também será diferente entre eles.

Por isso, a razão d_n/a_i , revela parte da informação acerca da qualidade textural. Essa informação é enriquecida, em termos de capacidade de distorção da superfície, quando à razão d_n/a_i é acrescentado o fator dinâmica. Assim, propomos a seguinte formulação matemática (Equação 1):

$$\frac{dn}{ai} \mu_i = Dd$$

Equação 1: Equação que descreve a Densidade Dinâmica. Concepção original do presente autor.

O símbolo “ μ_i ” é denominado coeficiente de intensidade e advém de uma escala de valoração (Tabela 1) que toma como referência os valores dos protocolos MIDI para medição da intensidade das notas. A intensidade de um som qualquer em linguagem MIDI está distribuída entre o conjunto de valores numéricos $I = [0, 127]$ ¹⁰. Isto é, 0 é o silêncio ou a amplitude nula e 127 é a maior amplitude atingida. Dividimos

⁸ Um mecanismo dedicado exclusivamente à textura musical, chamado *Função Textura*, foi desenvolvido na pesquisa na qual este artigo se insere. Para mais informações, ver Codeço, 2019.

⁹ A densidade está ligada à várias subcampos da área da Física: na ótica, na mecânica de fluidos, na ondulatória, cosmologia dentre outros. Contudo, um conceito de densidade, ligado à cosmologia reflete bem o que queremos dizer por densidade. A densidade crítica é “a densidade de matéria que irá justamente interromper a expansão do universo. A linha de divisão entre um universo em colapso e um universo que sempre se expande” (MOURÃO, 2005, p. 331).

¹⁰ O MIDI transforma informações, no caso referente a nota tocada, em valores numéricos. O MIDI 1.0, linguagem de 7 bit, limita cada mensagem a 128 caracteres. Por isso, o intervalo de valores numéricos utilizado é de 0 – 127.

essa faixa numérica por 8 possibilidades de indicação dinâmica e criamos uma escala de valoração para o coeficiente dinâmica e para cada indicação surge uma faixa de valoração.

Compreendemos que é um grande esforço abstrair uma informação tão complexa quanto o valor da intensidade de um som num certo recorte de tempo. A variação dentro da própria faixa de valoração é algo tão subjetivo, até mesmo na linguagem MIDI, que a princípio, um valor fechado para cada configuração é, na verdade, um afastamento dos movimentos que ocorrem na superfície abstrata. Contudo, estamos interessados numa relação de proporção entre as diferentes indicações dinâmicas. Por isso, considerando que uma modelagem matemática em si é uma abstração e que a divisão de $127/8$ revelará uma escala de valoração baseada em proporção, o coeficiente dinâmica cumpre, no mínimo parcialmente, o papel que pretende desempenhar, isto é, de acrescentar a razão d_n/a_i informação a respeito da dinâmica que contribuirá na distorção da superfície. Desta maneira, o maior valor de cada indicação dinâmica é aplicado na fórmula descrita anteriormente.

A partir do conhecimento destes valores e conhecido o da densidade dinâmica, é proposto o conceito de *Ponto de Distorção* (doravante PD), que é o valor de densidade dinâmica plotado em um eixo z , no caso do grafismo em três dimensões e no eixo y , no caso do grafismo bidimensional. Neste sentido, os pontos de distorção são responsáveis pela tridimensionalidade da superfície.

<i>Indicação dinâmica</i>	<i>Faixa de valoração</i>	<i>Valor fixado</i>
<i>ppp</i>	<i>0.0 – 15.8</i>	<i>15.8</i>
<i>pp</i>	<i>15.8 – 31.7</i>	<i>31.7</i>
<i>p</i>	<i>31.7 – 47.6</i>	<i>47.6</i>
<i>mp</i>	<i>47.6 – 63.5</i>	<i>63.5</i>
<i>mf</i>	<i>63.5 – 77.3</i>	<i>77.3</i>
<i>f</i>	<i>77.3 – 92.2</i>	<i>92.2</i>
<i>ff</i>	<i>92.2 – 111.1</i>	<i>111.1</i>
<i>fff</i>	<i>111.1 – 127</i>	<i>127</i>

Tabela 1: Escala de valoração para (μ)

O gráfico bidimensional revela duas informações importantes acerca dos pontos de distorção: qual é o seu valor e quanto tempo ele durou. Essas informações permitem a comparação entre pontos de distorção e, também, observar o quanto de perturbação existem entre eles. Ou seja, o gráfico revela a quantidade de distorção, a duração da distorção e a possível perturbação entre as distorções (Figura 4).

No gráfico da esquerda (Figura 4), está exposta a relação entre as perturbações das distorções. As mudanças de inclinação das linhas pretas revelam que a duração de cada distorção é diferente, com exceção da passagem do PD₃ para o PD₄, pois ocorre a interrupção da massa sonora para um unísono (o que também pode ser entendido como vários pontos de distorção). Teremos quatro índices de perturbação: o primeiro em PD₂; o segundo em PD₃; o terceiro em PD₅; o quarto em PD₆.

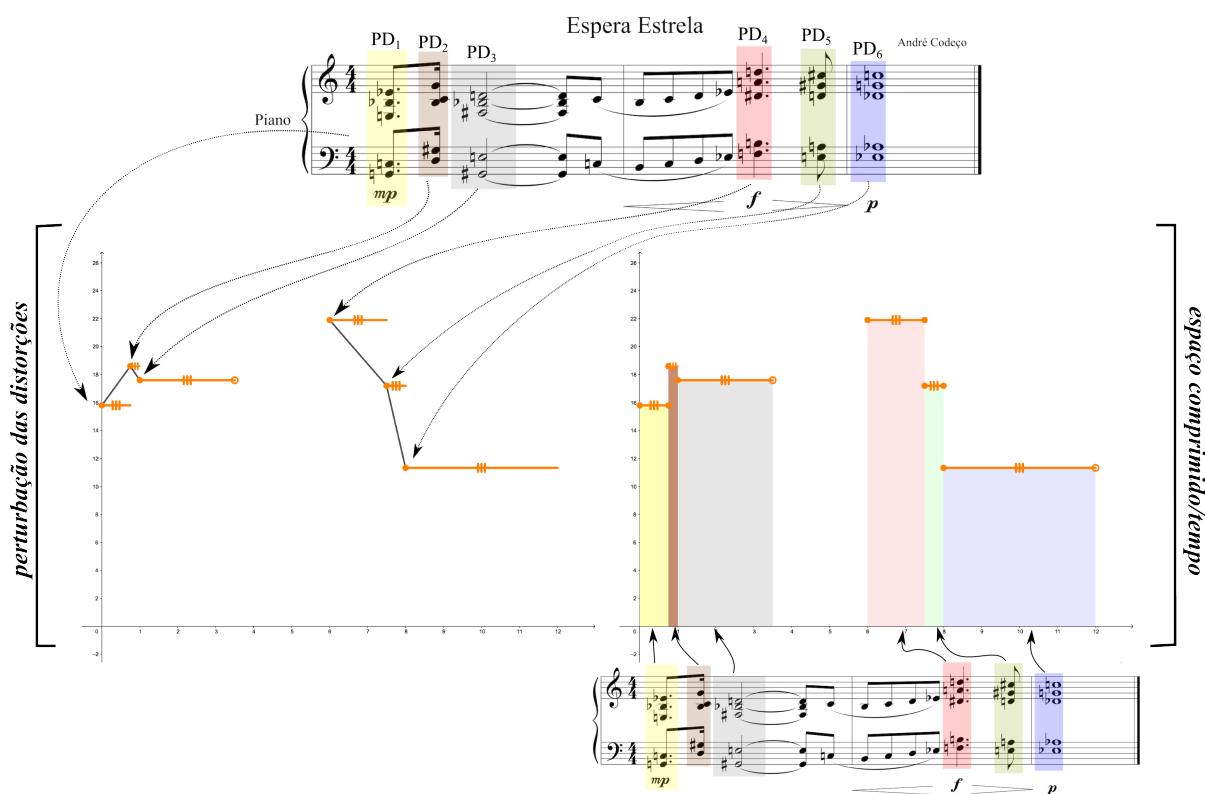


Figura 4: Representação gráfica dos pontos de distorção em duas dimensões. No primeiro gráfico, observa-se a perturbação das distorções através das mudanças de inclinação das linhas pretas. No segundo gráfico, observamos a variação de área a partir da relação espaço comprimido/tempo.

No gráfico da direita, está exposta a relação espaço comprimido/tempo. Estamos quantificando a densidade dinâmica em função de sua duração. Desta maneira, a área em cor azul (45.32 unidades de medida) simboliza não a maior distorção do trecho, mas o maior nível onde a relação espaço comprimido em função

do tempo alcançou. A área revelada é justamente a quantização dessa complexa relação. Em outras palavras, as áreas expostas revelam a quantidade de tempo gasto num dado espaço comprimido.

Pelo gráfico da Figura 4, vemos que não são os maiores níveis de densidade dinâmica que necessariamente revelarão a maior distorção da superfície, mas sim, o quanto de tempo essa compressão do espaço durou. A área de cor rosa (32.85) apresenta o maior ponto de distorção e é menor do que a área de cor azul (45.32), onde está presente o menor ponto de distorção.

3. Uma proposta para a tridimensionalidade dos pontos de distorção

A informação contida no parágrafo anterior foi a motivação para proposta que se segue. Isto é, o quanto tempo um ponto de distorção dura é uma informação mais relevante do que quanto espaço ele comprime. Pode parecer lógico, mas há uma grande relevância quando aplicamos todas as informações num gráfico tridimensional.

Consideremos, portanto, um gráfico em três dimensões plotado da seguinte maneira seguinte: no eixo x exporemos o tempo (em s); no eixo y os PDs entendidos como eventos (assim como eram concebidos como eventos os elementos da componente temporal na interação linear); no eixo z a Dd . A partir da equação do cone, em três dimensões, podemos facilmente executar esse gráfico. No entanto, a chave para esse concepção é entender que o raio do cone é exatamente a metade do tempo que durou o PD. Com essa informação podemos plotar o gráfico apresentado na Figura 5.

Utilizando o primeiro compasso do mesmo exemplo musical empregado na Figura 4 (o trecho de *Espera Estrela*, de Codeço), vemos que as linhas pontilhadas no gráfico do meio delimitam o diâmetro da base do cone (isto é, o quanto tempo dura o PD) e não o caminho percorrido pela semirreta que liga os PDs. Matematicamente, podemos escrever a semirreta em formato vetorial e, assim, extrair um vetor. Depois, podemos verificar a norma deste vetor e esse será a quantidade de caminho percorrido pela semirreta. Esse valor será diferente do diâmetro da base do cone.

Em termos matemáticos:

$$\frac{xPD1+xPD2}{2} + \frac{yPD1+yPD2}{2} = C_{b(cone)}; h = (dn/ai)\mu i; e r = tpd1/2.$$

Em outras palavras, o centro da base do cone é o ponto médio da semirreta $\overline{PD1PD2}$, o diâmetro da base será sua duração e sua altura será o resultado da razão $(dn/ai)\mu i$ (plotado no eixo z).

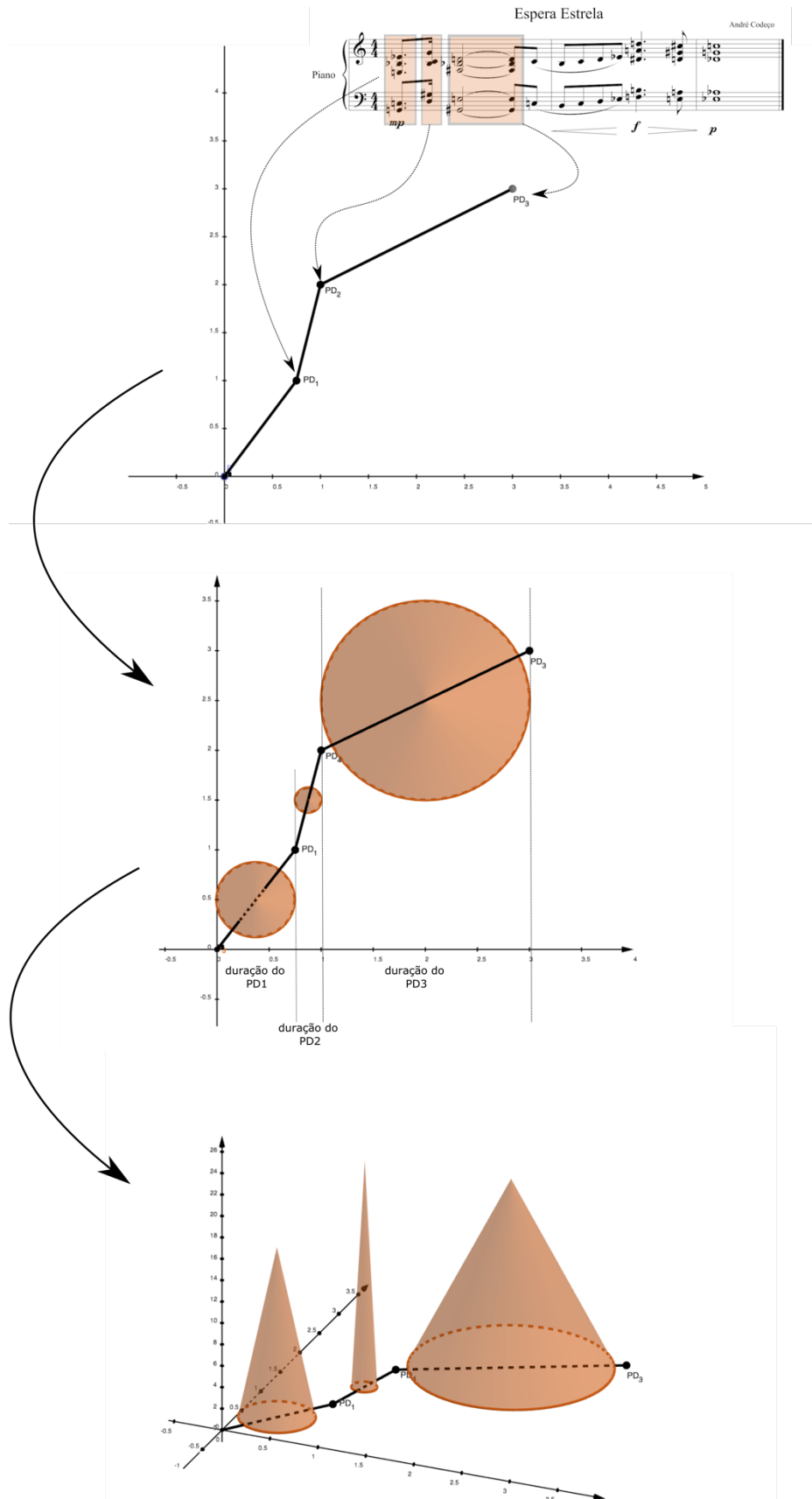


Figura 5: Representação gráfica tridimensional de PD_1 , PD_2 e PD_3 . Os gráficos estão em progressão: primeiro e segundo em 2 dimensões e, finalmente, o terceiro em 3 dimensões.

4. Conclusão

Em primeiro lugar, verificamos que a aplicação do figura do cone, a princípio, é satisfatória na solução do problema da tridimensionalidade gráfica dos PDs. Pois a proposta de visualização em três dimensões dos PDs revela o que já estava previsto quando visualizado em duas dimensões, ou seja, que a duração dos PDs confere mais peso aos mesmos do que um alto valor adquirido pela razão $(dn/\alpha_i) \mu_i$. Esse entendimento grande ganho do presente trabalho, pois a partir dele, abre-se uma quantidade de novas possibilidades em direção a tridimensionalidade conceitualmente formulada pela TDS.

No entanto, e em segundo lugar, a manipulação computacional ainda é uma barreira. Pois para leigos em matemática será extremamente difícil realizar os cálculos necessários. Assim, concluímos que a falta de aplicativos composicionais dedicados a TDS compromete a aplicabilidade da ferramenta analítica em questão. Os próximos passos são, portanto, a aplicação do mecanismo tridimensional em novas análises.

Referências bibliográficas

- BERRY, Wallace. *Structural functions in music*. New York: Dover, 1976.
- FORTE, Allen. *The structure of atonal music*. New Haven: Yale University Press, 1973.
- GENTIL-NUNES, Pauxy. *Análise particional: uma mediação entre composição musical e a teoria das partições*. Rio de Janeiro, 2009. 397 p. Tese (Doutorado em Música). UNIRIO, Rio de Janeiro, 2009.
- HALAC, Jose. *Pensamiento sincrético*. Disponível em: <http://www.josehalac.com.ar/research.html>. Acesso em: 14/12/14.
- MORRIS, Robert. *Composition with pitch-classes: A theory of compositional design*. New Haven: Yale University Press, 1987.
- MOURÃO, Ronaldo. *Explicando a Teoria da Reatividade*. Ediouro Publicações Ltda, Rio de Janeiro, 2005.
- SMOLIN, Lee. *Time Reborn*. New York: Houghton Mifflin Harcourt Publishing Company, 2013.
- XENAKIS, Iannis. *Formalized Music*. Bloomington, Indiana University Press, 1990.
- CODEÇO, André. *A Teoria do Domínio Sonoro*. 2019, 339 f. Tese (Doutorado em música). Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, 2019.